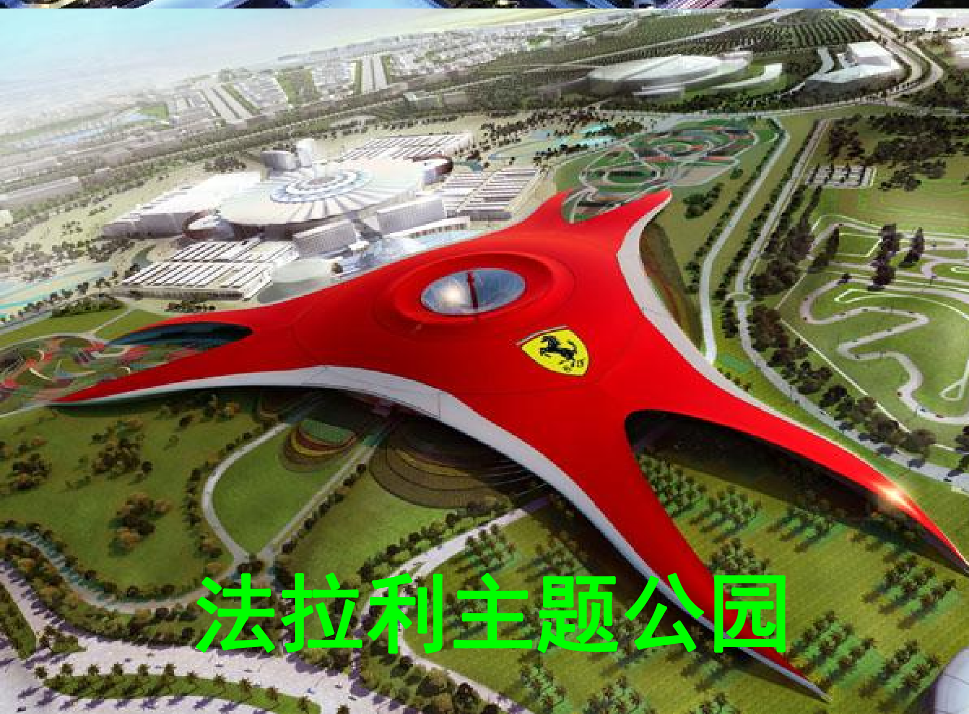
悲伤双曲线

如果我是双曲线，你就是那渐近线
如果我是反比例函数，你就是那坐标轴
虽然我们有缘，能够生在同一个平面
然而我们又无缘，漫漫长路无交点
为何看不见，等式成立要条件
难到正如书上说的，无限接近不能达到
为何看不见，明月也有阴晴圆缺
此事古难全，但愿千里共婵娟

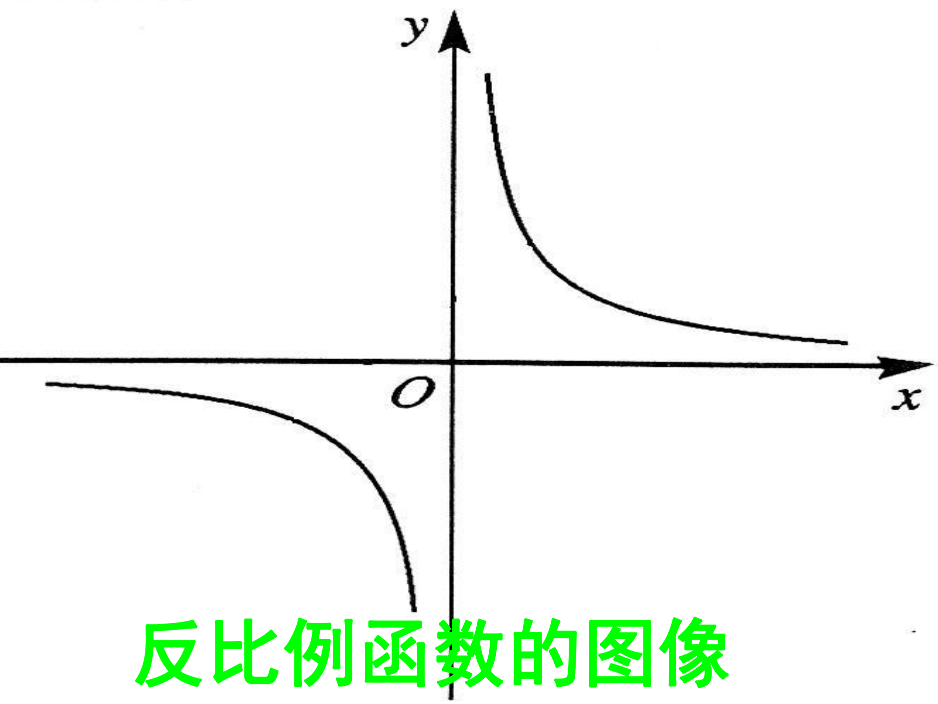
北京摩天大楼

巴西利亚大教堂



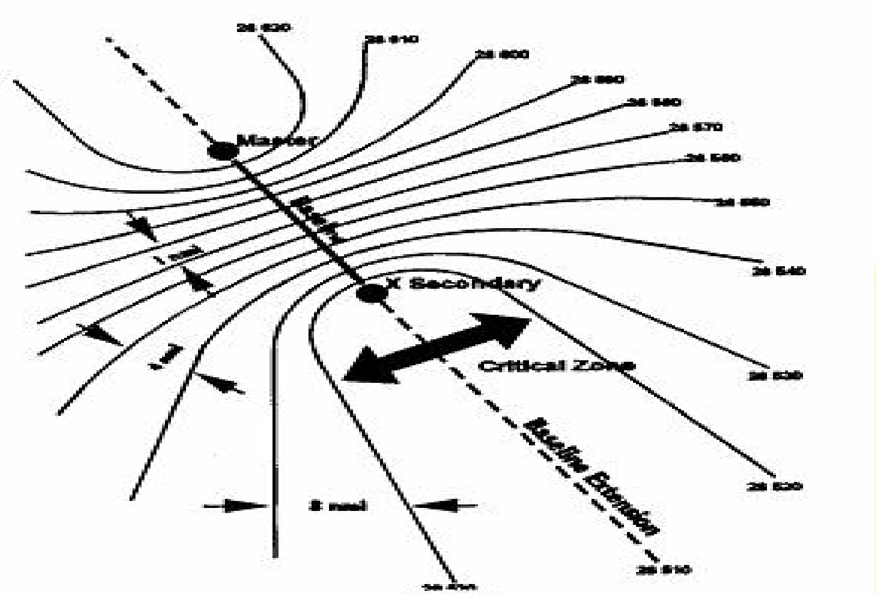
法拉利主题公园

花瓶



反比例函数的图像


冷却塔

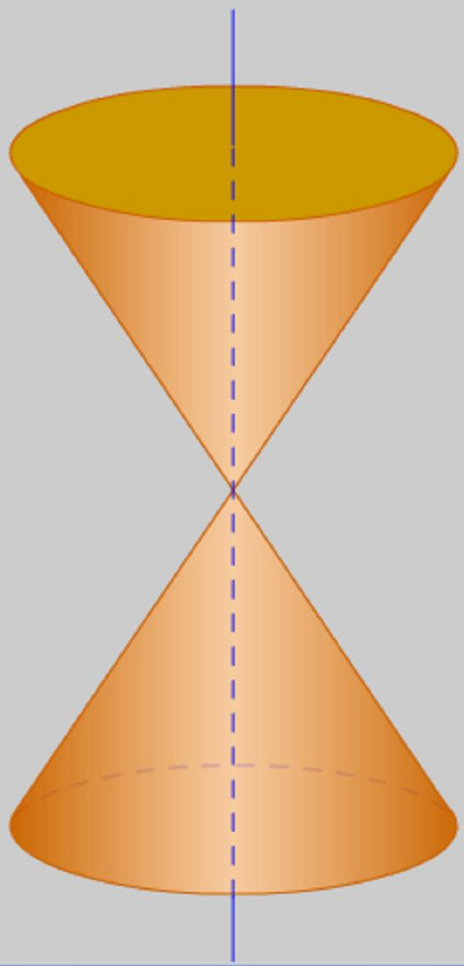


罗兰导航系统原理


全球卫星定位导航系统

2.3.1双曲线及其标准方程

平面截圆锥得圆锥曲线



圆形截面

椭圆形截面

双曲线形截面

抛物线形截面

圆锥曲线

文字显示区

设圆锥的轴与平面成角为 θ. 圆锥轴截面顶角为$2a$

画双曲线

演示实验：用拉链画双曲线　　动画演示

思考：1. 在作图的过程中哪些量是定量？哪些量是不定量？

2. 动点在运动过程中满足什么条件？

3. 这个常数与$|F_1F_2|$的关系是什么？

4. 动点运动的轨迹是什么？

5. 若拉链上被固定的两点互换，则出现什么情况？

①如图(A)，

$|MF_1|-|MF_2|=|F_2F|=2a$

②如图(B)，

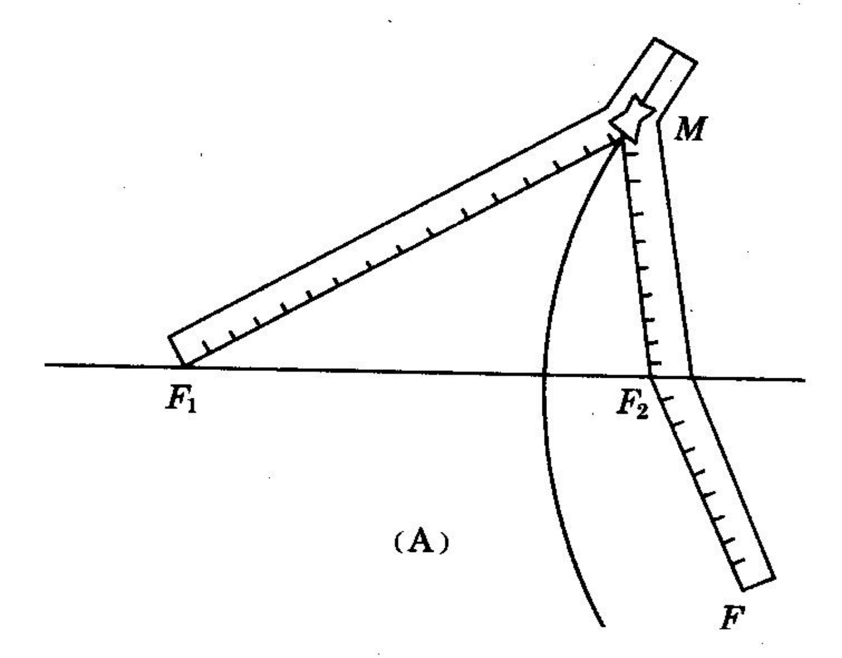
$|MF_2|-|MF_1|=|F_1F|=2a$

由①②可得：

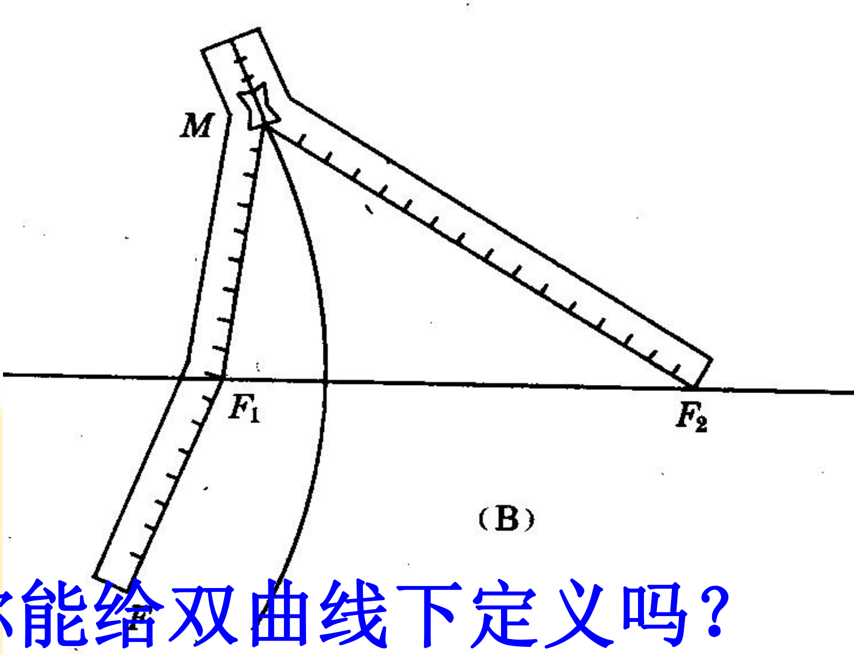
$\big||MF_1|-|MF_2|\big| = 2a$

（差的绝对值）

上面 两条合起来叫做双曲线



（A）



（B）

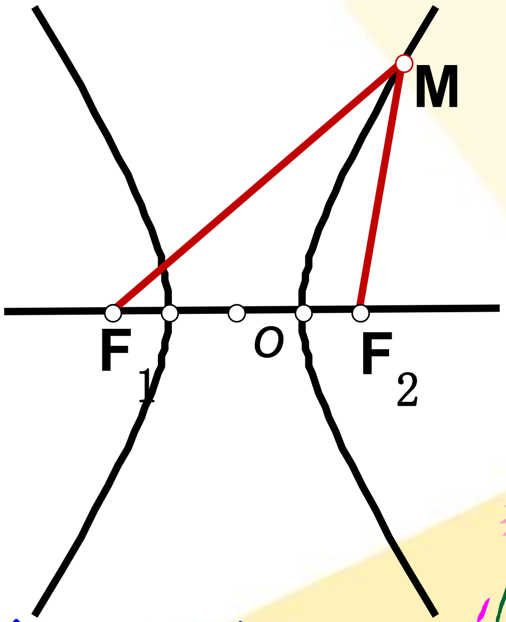
根据实验及椭圆定义，你能给双曲线下定义吗？

双曲线定义

平面内与两个定点F_1，F_2的距离的差的绝对值等于常数（小于｜F_1F_2｜)的点的轨迹叫做双曲线.

① 两个定点F_1、F_2——双曲线的**焦点**;

② $|F_1F_2|=2c$ ——**焦距.**



$||MF_1| - |MF_2||=$常数（小于$|F_1F_2|$）

探究:

(1)已知A(-5,0),B(5,0),M点到A,B两点的距离之差为8,则M点的轨迹是什么?

双曲线的一支

(2)已知A(-5,0),B(5,0),M点到A,B两点的距离之差的绝对值为10,则M点的轨迹是什么?

动点M的轨迹是分别以点A,B为端点，方向指向AB外侧的两条射线.

(3)已知A(-5,0),B(5,0),M点到A,B两点的距离之差的绝对值为12,则M点的轨迹是什么?

不存在

(4)已知A(-5,0),B(5,0),M点到A,B两点的距离之差的绝对值为0,则M点的轨迹是什么?

线段AB的垂直平分线

感悟:

1）当常数等于$|F_1F_2|$时，动点M的轨迹是以点F_1、F_2为端点，方向指向F_1F_2外侧的两条射线.

2）当常数大于$|F_1F_2|$时，动点M的轨迹不存在

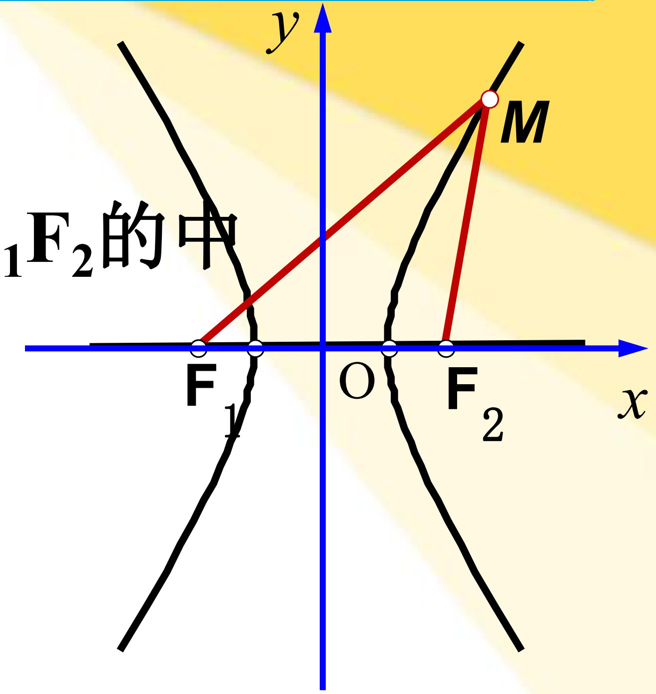
3）若常数等于0时,轨迹是

线段F_1F_2的垂直平分线

4）在双曲线的定义描述中要注意：差的绝对值、常数小于$|F_1F_2|$及常数大于0这三个条件

双曲线标准方程推导

求曲线方程的步骤：



1. 建系

以F_1,F_2所在的直线为x轴，线段F_1F_2的中点为原点建立直角坐标系

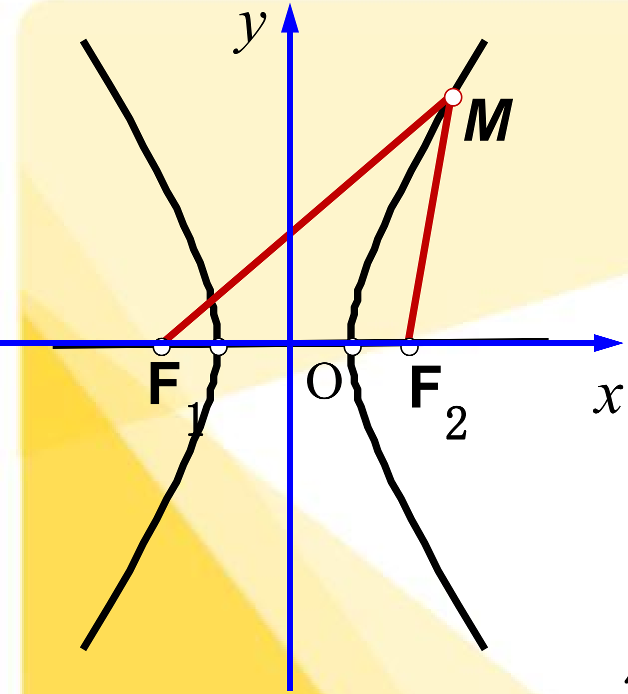
2. 设点.

设M（x , y）,则$F_1(-c,0)$,$F_2(c,0)$

3. 限式 $|MF_1| - |MF_2| = \pm 2a$

4. 代换 即 $\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2} = \pm 2a$

5. 化简



代数式化简得：

$$(c^2-a^2)x^2-a^2y^2=a^2(c^2-a^2)$$

可令：$c^2-a^2=b^2$

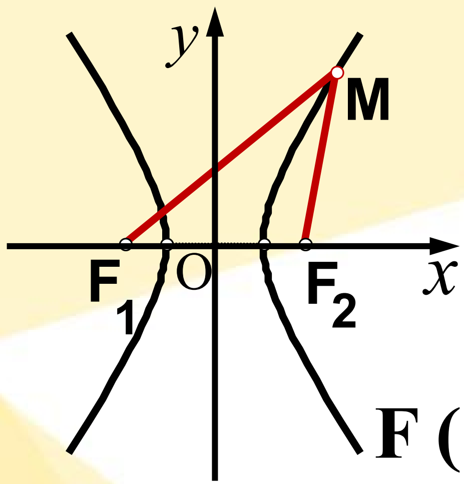
代入上式得：$b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$

即：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$

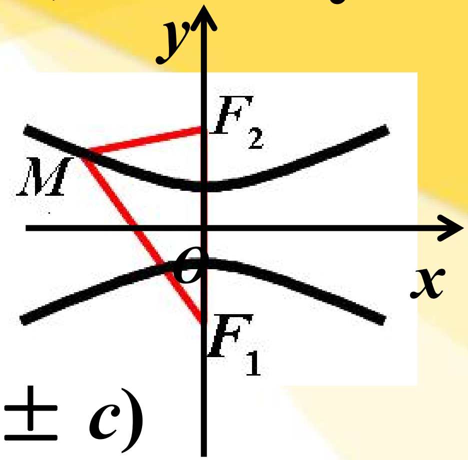
此即为焦点在x轴上的双曲线的标准方程

其中$c^2=a^2+b^2$

若建系时,焦点在y轴上呢?



F ($\pm c$, 0)



F(0, $\pm$ c)

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$$

练习：写出以下双曲线的焦点坐标

$$(1)\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1,(2)\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=-1$$

问题：如何判断双曲线的焦点在哪个轴上?

(二次项系数为正,焦点在相应的轴上)

双曲线与椭圆之间的区别与联系

	椭　圆	双曲线
定 义	$\|MF_1\|+\|MF_2\|=2a$	$\|\|MF_1\|-\|MF_2\|\|=2a$
方 程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$
焦 点	F（±c，0） F（0，±c）	F（±c，0） F（0，±c）
a.b.c的关系	a>b>0，$a^2=b^2+c^2$	a>0，b>0，但a不一定大于b，$c^2=a^2+b^2$

课堂巩固

已知双曲线的焦点为$F_1(-5,0)$，$F_2(5,0)$双曲线上一点到焦点的距离差的绝对值等于6，则

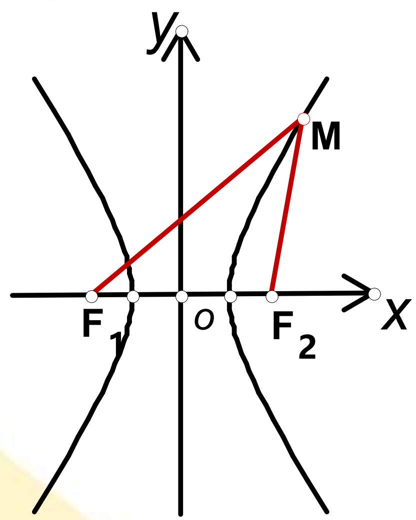
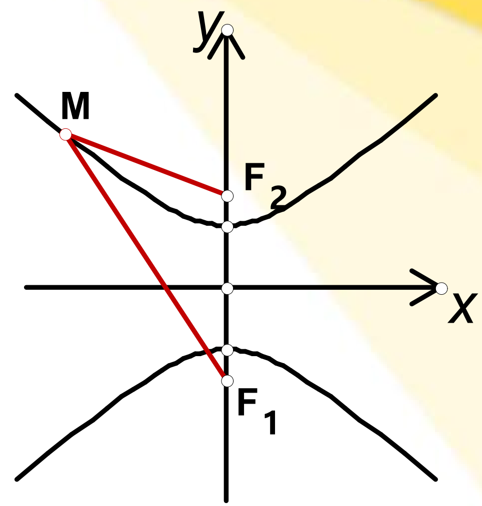
（1） a=__3__，c =__5__，b =__4__

（2） 双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

(3)双曲线上一点P， $|PF_1|=10$,

则$|PF_2|=$__4或16__

小结 ----双曲线定义及标准方程

<table>
<tr><td>定义</td><td colspan="2">$||MF_1|-|MF_2||=2a$（$0<2a<|F_1F_2|$）</td></tr>
<tr><td>图象</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>方程</td><td>$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$</td><td>$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$</td></tr>
<tr><td>焦点</td><td>F (±c, 0)</td><td>F(0, ± c)</td></tr>
<tr><td>a.b.c 的关系</td><td colspan="2">$c^2=a^2+b^2$</td></tr>
</table>

加油

再　　　　见